3.3　指数函数、对数函数

考点一　指数与对数的定义及运算

1*.*(2022浙江,7,4分)已知2*a*=5,log83=*b*,则4*a*-3*b*=(　　)

A.25　　　　B.5　　　　C.

答案　C　由题意知*b*=log83=lolog23,又2*a*=5,所以4*a*-3*b*=22(*a*-3*b*)=22*a*-6*b*=(2*a*)2·2-6*b*=25×,故选C*.*

2*.*(2021全国甲理,4,5分)青少年视力是社会普遍关注的问题,视力情况可借助视力表测量*.*通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据,五分记录法的数据*L*和小数记录法的数据*V*满足*L*=5+lg *V.*已知某同学视力的五分记录法的数据为4*.*9,则其视力的小数记录法的数据约为(≈1*.*259)(　　)

A.1*.*5　　　　B.1*.*2　　　　C.0*.*8　　　　D.0*.*6

答案　C　解题指导:将*L*=4*.*9代入*L*=5+lg *V*,结合对数与指数互化,即可求出*V*的值*.*

解析　将*L*=4*.*9代入*L*=5+lg *V*,得4*.*9=5+lg *V*,

即lg *V*=-0*.*1=-,

∴*V*=1≈0*.*8,

∴其视力的小数记录法的数据约为0*.*8*.*故选C*.*

　3.(2016浙江,12,6分)已知a>b>1.若logab+logba=,ab=ba,则a=　　　　,b=　　　　.

答案　4;2

解析　令logab=t,∵a>b>1,∴0<t<1,由logab+logba=得,t+=,解得t=或t=2(舍去),即logab=,∴b=,又ab=ba,∴=()a,即=,亦即=,解得a=4,∴b=2.

评析　　本题考查对数式、指数式的运算,注意logab=,先求出logab=是解题的突破口.

考点二　指数函数与对数函数的图象与性质

1.(2015天津文,7,5分)已知定义在R上的函数f(x)=2|x-m|-1(m为实数)为偶函数.记a=f(log0.53),b=f(log25),c=f(2m),则a,b,c的大小关系为(　　)

A.a<b<c　　　B.c<a<b　　　C.a<c<b　　　D.c<b<a

答案　B　因为f(x)是偶函数,所以m=0,所以f(x)=2|x|-1,且f(x)在[0,+∞)上为增函数,由题意得a=f(log0.53)=f(-log23)=f(log23),因为log25>log23>0,所以f(log25)>f(log23)>f(0),即b>a>c,故选B.

2.(2013课标Ⅱ文,12,5分)若存在正数x使2x(x-a)<1成立,则a的取值范围是(　　)

A.(-∞,+∞)　　　　　B.(-2,+∞)

C.(0,+∞)　　　　　D.(-1,+∞)

答案　D　由2x(x-a)<1得a>x-,令f(x)=x-,即a>f(x)有解,则a>f(x)min,又y=f(x)在(0,+∞)上递增,所以f(x)>f(0)=-1,所以a>-1,选D.

评析　本题考查了函数的值域与最值的求法,考查了分离参变量的方法,熟悉基本初等函数的单调性是解题关键.

3.(2016课标Ⅲ,6,5分)已知a=,b=,c=2,则(　　)

A.b<a<c　　　　　B.a<b<c

C.b<c<a　　　　　D.c<a<b

答案　A　因为a==,c=2=,函数y=在(0,+∞)上单调递增,所以<,即a<c,

又因为函数y=4x在R上单调递增,所以<,即b<a,

所以b<a<c,故选A.

思路分析　利用指数的运算性质得a=,c=,利用幂函数的性质可得a<c.再利用指数函数性质比较a,b得b<a,从而得结论.

　4.(2016课标Ⅲ文,7,5分)已知a=,b=,c=2,则(　　)

A.b<a<c　　　B.a<b<c　　　C.b<c<a　　　D.c<a<b

答案　A　a==,c=2=,而函数y=在(0,+∞)上单调递增,所以<<,即b<a<c,故选A.

评析　本题主要考查幂函数的性质,属中档题.

5.(2019天津文,5,5分)已知a=log27,b=log38,c=0.30.2,则a,b,c的大小关系为(　　)

A.c<b<a　　　　　B.a<b<c

C.b<c<a　　　　　D.c<a<b

答案　A　本题考查指数函数与对数函数的图象和性质;通过对对数式的估算或适当“缩放”考查学生的直观想象与逻辑推理的核心素养.

显然c=0.30.2∈(0,1).

因为log33<log38<log39,所以1<b<2.

因为log27>log24=2,所以a>2.

故c<b<a.选A.

6.(2016课标Ⅰ文,8,5分)若a>b>0,0<c<1,则(　　)

A.logac<logbc　　　　　B.logca<logcb

C.ac<bc　　　　　D.ca>cb

答案　B　∵0<c<1,∴当a>b>1时,logac>logbc,A项错误;

∵0<c<1,∴y=logcx在(0,+∞)上单调递减,又a>b>0,

∴logca<logcb,B项正确;

∵0<c<1,∴函数y=xc在(0,+∞)上单调递增,

又∵a>b>0,∴ac>bc,C项错误;

∵0<c<1,∴y=cx在(0,+∞)上单调递减,

又∵a>b>0,∴ca<cb,D项错误.故选B.

评析　本题主要考查了幂函数、指数函数、对数函数的图象和性质,熟练掌握幂函数、指数函数、对数函数的图象和性质是解题的关键.

7.(2013课标Ⅱ理,8,5分)设a=log36,b=log510,c=log714,则(　　)

A.c>b>a　　　B.b>c>a　　　C.a>c>b　　　D.a>b>c

答案　D　由对数运算法则得a=log36=1+log32,b=1+log52,c=1+log72,由对数函数图象得log32>log52>log72,所以a>b>c,故选D.

8.(2013课标Ⅱ文,8,5分)设a=log32,b=log52,c=log23,则(　　)

A.a>c>b　　　B.b>c>a　　　C.c>b>a　　　D.c>a>b

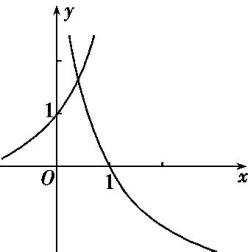
答案　D　∵<2<3,1<2<,3>2,∴log3<log32<log33,log51<log52<log5,log23>log22,∴<a<1,0<b<,c>1,

∴c>a>b.故选D.

9.(2012课标文,11,5分)当0<x≤时,4x<logax,则a的取值范围是(　　)

A.　　　B.　　　C.(1,)　　　D.(,2)

答案　B　易知0<a<1,则函数y=4x与y=logax的大致图象如图,则只需满足loga>2,解得a>,∴<a<1,故选B.



评析　本题考查了利用数形结合解指数、对数不等式.

10.(2016四川文,14,5分)若函数f(x)是定义在R上的周期为2的奇函数,当0<x<1时, f(x)=4x,则f+f(2)=　　　.

答案　-2

解析　∵f(x)是定义在R上的奇函数,

∴f(0)=0,

又∵f(x)的周期为2,

∴f(2)=0,

又∵f=f=-f=-=-2,

∴f+f(2)=-2.

评析　本题考查了函数的奇偶性及周期性,属中档题.

11.(2015山东理,14,5分)已知函数f(x)=ax+b(a>0,a≠1)的定义域和值域都是[-1,0],则a+b=　　　　.

答案　-

解析　①当a>1时, f(x)在[-1,0]上单调递增,则无解.

②当0<a<1时, f(x)在[-1,0]上单调递减,则解得∴a+b=-.

评析　本题主要考查指数函数的性质及分类讨论的思想.